

Exame final de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (2026, 1.ª fase)
Proposta de resolução



1.

1.1. Aplicando o método descrito, e começando pelo par de mascotes Willie (W), Juanito (J), encontramos o vencedor Naranjito (N) de acordo com os confrontos indicados na tabela seguinte.

Confrontos \ Votos	Votos				Vencedor
	220	310	135	235	
W vs. J	J	J	J	W	J
J vs. N	N	J	J	N	N
N vs. W	N	N	N	W	N
N vs. F	N	N	F	N	N

Podemos observar que para além dos 4 confrontos apresentados, ainda poderíamos ter analisado outros confrontos, num total de 6, como se apresenta na tabela ao lado, pelo que Aplicando o método descrito, é possível definir, no máximo, 6 confrontos entre duas mascotes, escolhidas de entre as quatro disponíveis.

	W	J	N	F
W	–	W vs. J	W vs. N	W vs. F
J	–	–	J vs. N	J vs. F
N	–	–	–	N vs. F
F	–	–	–	–

A primeira tabela confirma a escolha da mascote N como a preferida e analisando cada um dos confrontos podemos observar que:

- (...)no confronto com Juanito (J), Naranjito (N) obteve $220 + 235 = \underline{455}$ votos.
- No confronto entre Naranjito (N) e Footix (F), este último obteve 135 votos.
- No confronto com Willie (W), Naranjito (N) venceu com $220 + 310 + 135 = 665$ votos contra 235 votos de W, ou, seja, venceu por uma diferença de $665 - 235 = \underline{430}$ votos.

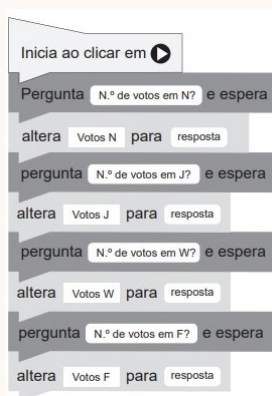
Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (2)
- (b) → (1)
- (c) → (1)
- (d) → (3)

1.2. Observando a descrição de cada uma das etapas podemos fazer a associação dos blocos de programação correspondentes:

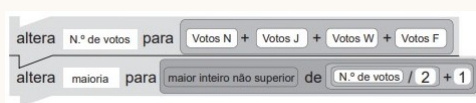
1.^a etapa - Solicitar o número de votos em cada mascote na primeira preferência.

B1



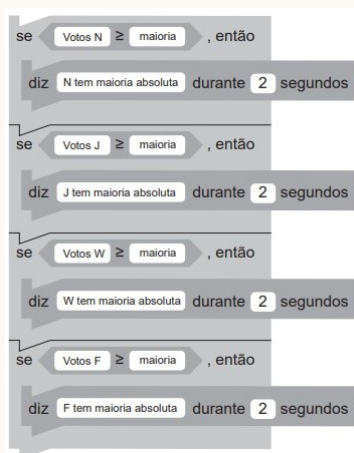
2.^a etapa - Determinar o número mínimo de votos para que alguma mascote obtenha maioria absoluta.

B3



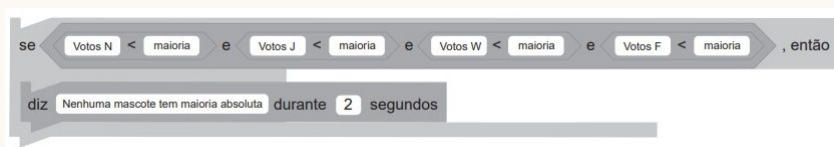
3.^a etapa - Verificar se alguma das mascotes obtém maioria absoluta e, nesse caso, dar essa indicação.

B2



4.^a etapa - Caso nenhuma das mascotes obtenha maioria absoluta, dar essa indicação.

B4



Assim, a a sequência dos blocos de programação, deve ser B1, B3, B2, B4.

Resposta: **Opção C**



2. Procedendo à distribuição dos bilhetes pelas duas agências, aplicando o método descrito, temos:

Setores \ Agências	BT	WT
S1	30	24
S2	40	45
S3	8	24
S4	22	7
Atribuição temporária	S1 + S4	S2 + S3
Total temporário	$30 + 22 = 52$	$45 + 24 = 69$
Designação	B	A
Quocientes	$S2: \frac{45}{40} = 1,125$; $S3: \frac{24}{8} = 3$	
Bem usado no ajuste	S2	
Total final	$52 + \frac{x}{100} \times 40$	$69 - \frac{x}{100} \times 45$

Igualando os dois totais finais e revolvendo a equação que traduz a partilha equilibrada, vem:

$$52 + \frac{x}{100} \times 40 = 69 - \frac{x}{100} \times 45 \Leftrightarrow 52 + \frac{x \times 40}{100} = 69 - \frac{x \times 45}{100} \Leftrightarrow 52 + 0,4x = 69 - 0,45x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,4x + 0,45x = 69 - 52 \Leftrightarrow 0,85x = 17 \Leftrightarrow x = \frac{17}{0,85} \Leftrightarrow x = 20$$

Assim, por aplicação do método o número de bilhetes para o jogo que estarão à venda na agência *Blackticket* é:

- 21 000 bilhetes do setor S1;
- 21 000 bilhetes do setor S4;
- 20% dos bilhetes do setor S2, ou seja $21\,000 \times 0,2 = 4200$ bilhetes deste setor;

correspondente a um total de $21\,000 + 21\,000 + 4200 = 46\,200$ bilhetes.



3. Observando a tabela de descontos e o preço de cada camisola, temos que:

- Se comprar 16 camisolas, como a promoção só é aplicável na compra de um número ímpar, a Fernanda terá que pagar 20 € por 1 camisola e comprar as restantes 15 pelo valor de 8, ou seja, pagar um total de $20 + 8 \times 20 = \underline{180 \text{ €}}$.
- Se optar por comprar 21 camisolas, deve pagar o preço 11 camisolas, ou seja $11 \times 20 = 220 \text{ €}$, ou seja, o preço por camisola, arredondado aos cêntimos, será $\frac{220}{21} = \underline{10,48 \text{ €}}$.
- Na compra de 17 camisolas, recorrendo à promoção, a Fernanda deve pagar o preço de 9 camisolas, ou seja $9 \times 20 = 180 \text{ €}$, e sem a promoção o valor a pagar seria $17 \times 20 = 340 \text{ €}$, o representa uma poupança de $340 - 180 = \underline{160 \text{ €}}$, face à compra das camisolas sem promoção.
- Para que o preço por camisola seja exatamente 52% do preço de cada camisola comprada individualmente, a Fernanda deve comprar um conjunto de 25 € camisolas (como se pode observar na tabela seguinte).

N.º de camisolas a comprar	N.º de camisolas a pagar	Valor a pagar	Preço por camisola	52% do preço sem promoção
23	$\frac{23+1}{2} = 12$	$12 \times 20 = 240 \text{ €}$	$\frac{240}{23} \approx 10,43 \text{ €}$	$0,52 \times 20 = 10,4 \text{ €}$
25	$\frac{25+1}{2} = 13$	$13 \times 20 = 260 \text{ €}$	$\frac{260}{25} = 10,4 \text{ €}$	
27	$\frac{27+1}{2} = 14$	$14 \times 20 = 280 \text{ €}$	$\frac{280}{27} \approx 10,37 \text{ €}$	

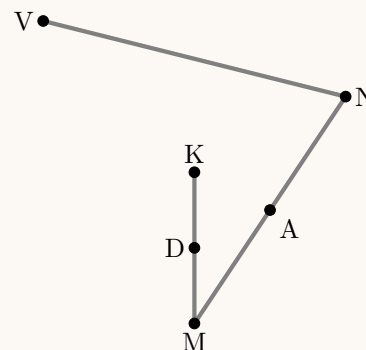
Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (2)
- (b) → (3)
- (c) → (1)
- (d) → (2)

4. Consultando a primeira tabela, a Maria escolheu os estádios situados em:

- Vancouver (V) - Maior capacidade do Canadá;
- Dallas (D) - Maior capacidade dos EUA;
- Cidade do México (M) - Maior capacidade do México;
- Atlanta (A) - capacidade acima de 70 000;
- Kansas City (K) - capacidade acima de 70 000;
- Nova Iorque (N) - capacidade acima de 70 000.

Aplicando o método descrito, podemos definir a ordem pela qual a Maria visitará as cidades onde estes estádios estão sediados e construir o grafo da figura seguinte:



Partindo de K:

- I - Voo KD - (menor tempo a partir de K)
- II - Voo DM - (menor tempo a partir de D e maior capacidade)
- III - Voo MA - (menor tempo a partir de N)
- IV - Voo AN - (menor tempo a partir de A)
- V - Voo NV - (única cidade selecionada ainda por visitar)

Desta forma, a ordem pela qual a Maria visitará as cidades, é:

Kansas City(K) → Dallas(D) → Cid. do México(M) → Atlanta(A) → Nova Iorque(N) → Vancouver(V)



5.

- 5.1. Vamos determinar o instante em que o número de espectadores que estavam dentro do estádio atingiu os 30 milhares, recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos.

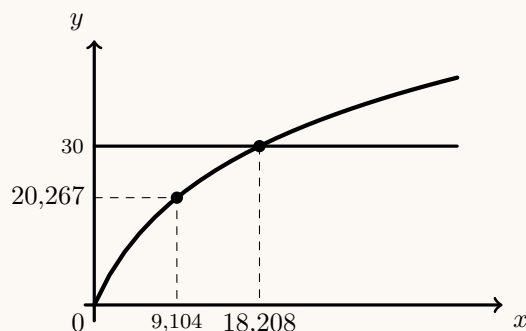
Representamos o gráfico da função $f(x) = -45 + 45 \times \log_{10}(2x + 10)$ e a reta horizontal que é o gráfico da função $g(x) = 30$, numa janela ajustada, e obtemos o valor, arredondado às décimas, da abcissa do ponto de interseção dos dois gráficos:

$$x \approx 18,208$$

Assim, temos que a meio desse intervalo de tempo, ou seja, $\frac{18,208}{2} = 9,104$ minutos após a abertura das portas, o número de espectadores que estavam dentro do estádio era:

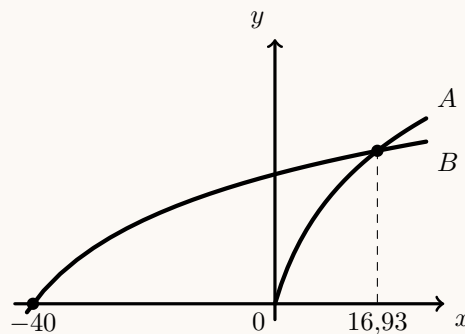
$$f(9,104) \approx 20,267 \text{ milhares}$$

ou seja, 20 267 espectadores.



- 5.2. De acordo com os dois modelos apresentados, temos que:

- Como $A(10) = -45 + 45 \times \log_{10}(2 \times 10 + 10) \approx 21,25$, dez minutos depois da abertura das portas do estádio A, encontrava-se nesse estádio um número aproximado de 21,35 milhares espectadores, ou seja um número entre **21 000 e 21 999**.
- Como no modelo B, $t = 0$ corresponde ao instante de abertura das portas do estádio A, e $B(0) = -35 + 35 \log_{10}(0 + 50) \approx 24,46$, então sabemos que quando o estádio A abriu as portas, no estádio B já tinham entrado entre **24 000 e 24 999** espectadores.
- Representando ambos os modelos na calculadora gráfica e obtendo a abcissa do ponto de interseção dos dois gráficos, $x \approx 16,93$, podemos afirmar que o número de espectadores igualou-se em ambos os estádios quando tinham decorrido entre **16 e 17** minutos após a abertura das portas do estádio A.
- Observando o gráfico do modelo B, e determinando a abcissa do ponto de interseção com o eixo das abcissas, $x = -40$, que corresponde ao instante em que, de acordo com o modelo haviam zero pessoas no estádio, verificamos que o tempo, em minutos, que decorreu entre a abertura das portas dos estádios A e B correspondeu a um valor situado entre **35 e 42**.



Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (3)
- (b) → (1)
- (c) → (2)
- (d) → (2)



6.

6.1. De acordo com os dados indicados no enunciado, no gráfico e na tabela, podemos determinar o número de espectadores que corresponde a cada classe de distâncias:

Distância (Km)	N.º de espectadores	
[0,100[14 000	50 000 – 10 800 – 15 100 – 10 100 (enunciado e valores seguintes)
[100,200[10 800	3800 + 4500 + 2500 (tabela)
[200,300[15 100	(gráfico)
[300,400[10 100	(gráfico)

Depois, identificamos a marca de classe relativa a cada classe de distâncias, (50, 150, 250 e 350), e inserimos estes valores numa lista da calculadora gráfica e noutra lista a respetiva frequência absoluta, ou seja, o número de espectadores de cada classe.

Finalmente, calculamos as medidas estatísticas referentes a estas duas listas obtemos o valor da média, ou seja, a distância média do estádio, em quilómetros, em que cada espectador está alojado:

$$\bar{x} = 192,6$$

6.2. Temos que 25% dos espectadores corresponde a um valor de $50\,000 \times 0,25 = 12\,500$.

Assim, pela observação da tabela, podemos determinar o número de espectadores com idade pertencentes à classe [55,80[que estão alojados a uma distância superior ou igual a 300 km do estádio:

$$21\,500 - 3000 - 2500 - 3500 = 3500$$

Resposta: **Opção C**

7. Pela observação da tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X , temos que:

- $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ o que significa que metade dos setores circulares da roleta deve ter o valor "1";
- $P(X = 0) = \frac{1}{3}$ o que significa que um terço dos setores circulares da roleta deve ter o valor "0".

Assim, de entre as roletas apresentadas, verificamos que apenas as opções (A) e (B) verificam a condição $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ e, destas, apenas a opção (B) verifica a condição $P(X = 0) = \frac{1}{3}$.

Resposta: **Opção B**



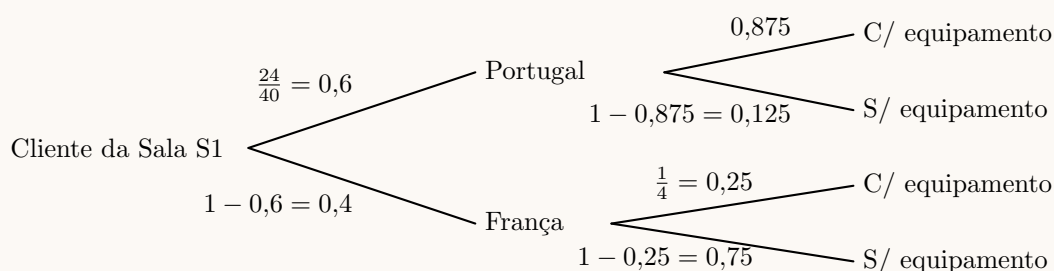
8.

- 8.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, dois dos clientes cujas respostas estão registadas na tabela, a probabilidade de os dois estarem em salas diferentes e de ambos preferirem que a seleção vencedora fosse a seleção de Portugal, é a soma das probabilidades de ambos preferirem Portugal como vencedor, e de o primeiro estar na sala S1 e o segundo na sala S2 ou vice-versa.

Assim a probabilidade solicitada, na forma de dízima, com arredondamento às milésimas, é:

$$\overbrace{\frac{24}{62} \times \frac{14}{61}}^{1.^\circ \text{ S1 e } 2.^\circ \text{ S2}} + \overbrace{\frac{14}{62} \times \frac{24}{61}}^{1.^\circ \text{ S2 e } 2.^\circ \text{ S1}} \approx 0,178$$

- 8.2. Esquematizando os dados num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um cliente que estava na sala S1 e que vestia um equipamento de uma seleção, e os acontecimentos:

$E1$: "Estar na sala S1 e vestir equipamento da seleção preferida"

Pt : "Preferir Portugal como vencedor"

Temos, que o valor da probabilidade do cliente selecionado (que estava na sala S1 e que vestia um equipamento de uma seleção) preferir que a seleção de Portugal fosse a vencedora, na foram de dízima, é:

$$P(Pt|E1) = \frac{P(Pt \cap E1)}{P(E1)} = \frac{P(Pt \cap E1)}{P(Pt \cap E1) + P(\overline{Pt} \cap E1)} = \frac{0,6 \times 0,875}{0,6 \times 0,875 + 0,4 \times 0,25} = 0,84$$



9. Temos que:

- A margem de erro de um intervalo de confiança é igual a metade da amplitude do intervalo, pelo que, para o intervalo de confiança apresentado é igual a $\frac{0,2658 - 0,1342}{2} = \underline{0,658}$.
- Como a o aumento do nível de confiança, corresponde um intervalo de confiança com maior amplitude, e portanto uma margem de erro também maior, se o nível de confiança fosse alterado (de 90%) para 95% e os outros parâmetros se mantivessem, a margem de erro seria maior.
- A média dos extremos do intervalo de confiança apresentado, ou seja, o valor central do intervalo de confiança, é igual à proporção amostral.
- Como temos que $z = 1,645$, correspondente a um 90% de confiança, e $\hat{p} = \frac{0,2658 + 0,1342}{2} = 0,2$, substituindo estes valores em $\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,2658$, podemos determinar o valor de n :

$$\begin{aligned} \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,2658 &\Leftrightarrow 0,2 + 1,645\sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{n}} = 0,2658 \Leftrightarrow 1,645\sqrt{\frac{0,16}{n}} = 0,2658 - 0,2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1,645\sqrt{\frac{0,16}{n}} = 0,0658 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,16}{n}} = \frac{0,0658}{1,645} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,16}{n}} = \frac{0,0658}{1,645} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,16}{n}} = 0,04 \end{aligned}$$

Assim, temos que a dimensão da amostra correspondente é a solução da equação $\sqrt{\frac{0,16}{n}} = 0,04$.

Inserindo na calculadora gráfica a expressão $f(x) = \sqrt{\frac{0,16}{x}}$, e visualizando a tabela de valores da função, reproduzida na figura ao lado, podemos identificar o valor de x que verifica a condição anterior, ou seja, a solução da equação, isto é, $x = 100$.

Logo, no intervalo de confiança apresentado, a dimensão da amostra é igual a 100.

x	f1
97	0,04061
98	0,04041
99	0,04020
100	0,04
101	0,03980
102	0,03961
103	0,03941

Logo, as correspondências corretas são:

- (a) → (1)
- (b) → (3)
- (c) → (2)
- (d) → (1)



10. De acordo com o Teorema Limite Central, como a amostra aleatória é aleatória e de dimensão superior a 30, a distribuição de amostragem da média dessa amostra, pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Assim, considerando \bar{X} a distribuição amostral das médias das amostras das bolas, temos que :

- $n = 81$;
- $\mu = 10,9$, pelo que a média da distribuição amostral é 10,9 ;
- $\sigma = 0,54$ pelo que o desvio padrão da distribuição amostral é $\frac{0,54}{\sqrt{81}} = 0,06$.

Recorrendo à calculadora gráfica, identificando a distribuição normal de média 10,9 e desvio padrão 0,06, obtemos o valor da probabilidade a probabilidade de a média dos raios das bolas da amostra ser superior a 10,78 cm, na forma de dízima, arredondado às centésimas:

$$P(\bar{X} > 10,78) \approx 0,98$$

